

प्रवक्ता गणित

UP-PGT

संपादित एवं संकलित द्वारा
SP संपादक मंडल द्वारा सम्पादित



खेल और प्रतियोगिता की पुस्तकों के भारत
के प्रथम प्रकाशक और एशिया के सबसे बड़े स्टॉकिस्ट
7/26, ग्राउण्ड फ्लोर, अंसारी रोड़ दरिया गंज, नई दिल्ली-110002
दूरभाष : +91-9999146721, 9868028838, : 011-23240261
इमेल: info@sportspublication.net
वेबसाइट: www.sportspublication.net



Published by:

खेल और प्रतियोगिता की पुस्तकों के भारत
के प्रथम प्रकाशक और एशिया के सबसे बड़े स्टॉकिस्ट
7/26, ग्राउण्ड फ्लोर, अंसारी रोड दरिया गंज, नई दिल्ली-110002
दूरभाष : +91-9999146721, 9868028838
ईमेल: info@sportspublication.net
वेबसाइट: www.sportspublication.net

© 2022 प्रकाशक

ISBN- 978-93-90016-67-9

भारत में प्रकाशित 2022

इस पुस्तक के किसी भी अंश का पुनरुत्पादन या किसी प्रणाली के सहारे पुनप्राप्ति के प्रयास अथवा किसी भी तकनीकी तरीके: इलैक्ट्रॉनिक, मैकेनिकल, फोटोकॉपी, रिकॉर्डिंग या वैब माध्यम से प्रकाशक की अनुमति के बिना वितरित नहीं किया जा सकता है। प्रकाशक तथा लेखक ने अपने प्रयास से इस पुस्तक के तथ्यों तथा विवरणों को उचित स्रोतों से प्राप्त किया है। पुस्तक में प्रकाशित किसी भी सूचना की सत्यता के प्रति तथा इससे होने वाली किसी भी क्षति के लिए प्रकाशक, सम्पादक, लेखक या मुद्रक जिम्मेदार नहीं हैं। सभी विवादों और दावों का निपटारा केवल 1940 के भारतीय मध्यस्थता अधिनियम के अन्तर्गत दिल्ली न्यायालय में किया जाएगा।

मुद्रक:

ओम साईं प्रिंटर्स एण्ड बाइंडर्स
दिल्ली

मूल्य: ₹ 95/-

पाठ्यक्रम
प्रशिक्षित स्नातक
विषय : गणित-2021

बीज गणित : समीकरण सिद्धान्त, मूलों के सममित फलन, अंकगणितीय गुणोत्तर व हरात्मक श्रेणियाँ, प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों और घनों के पदों से बनी श्रेणी का योग। क्रमचय और संचय, द्विपद प्रमेय, चारघातांकीय और लघुगणकीय श्रेणियों का योग, प्रायिकता-योग व गुणन के सिद्धान्त।

सारणिक: परिभाषा, उपसारणिक व सहखण्ड 3×3 क्रम तक के सारणिक का विस्तार, कैमर के नियम से देखीय ($n=3$) समीकरणों के निकाय का हल।

आब्यूह-आब्यूह के प्रकार 3×3 क्रम तक के आब्यूहों का योग और गुणनफल, परिवर्तित आब्यूह सममित और विषम सममित आब्यूह, आब्यूह का सहखण्डन, आब्यूह का प्रतिलोम आब्यूह की सहायता से तीन अज्ञात राशियों के चुगपत का समीकरण का हल।

समुच्चय सिद्धान्त व संक्रियाएँ: वर्ग सम नियम, साहचर्य नियम, क्रम विनिमय नियम, वितरण नियम, सर्व समिकाएँ, डिमोर्गन का नियम, तुल्यता सम्बन्ध, प्रतिचित्रण, प्रतिलोम प्रतिचित्रण, प्रतिचित्रणों का संयोजन, पियानो का अभिगृहीत तथा आगमन अभिगृहीत के प्रयोग।

समूह सिद्धान्त:- आंशिक समूह और समूह, समाकारिता, उपसमुच्चय द्वारा जनित उपसमूह, चक्रीय समूह, किसी अवयव की कोटि, चक्रीय समूह के उपसमूह, सह समुच्चय वियोजन, लैगराँज प्रमेय। प्रसामान्य उपसमूह और विभाग, समूह, समाकरता का मौलिक प्रमेय, प्रथम और द्वितीय एक के समाकारिता प्रमेय।

रैखिक गणित: सदिश समष्टि के उदाहरण, सदिशों का रैखिक संयोजन, रैखिक अश्रितता, रैखिक अनाश्रितता, आधार व विमा, परिमित विमीय सदिश समष्टि, उपसमष्टि, उपसमष्टि जनन, विभाग, समष्टि प्रत्यक्ष योग।

रैखिक रूपान्तरण और आब्यूह- उदाहरण, रैखिक रूपान्तरण का बीजगणित, समाकारिता का मौलिक प्रमेय और इसके प्रयोग, ती समष्टि और द्वैती आधार आब्यूह निरूपण पर प्रभाव, रैखिक रूपान्तरण की व आब्यूह की कोटि रैखिक रूपान्तरण की शून्यता, कोटि शून्यता प्रमेय अभिलाक्षणिक मान व अभिलाक्षणिक सदिश, कैली हैमिल्टन प्रमेय, कैली हैमिल्टन प्रमेय की सहायता से व्युत्क्रमणीय आब्यूह का प्रतिलोम निकालना।

(iv)

निर्देशांक ज्यामिति: $-ax^2 - 2hxy - by^2 = 0$ द्वारा निरूपित सरल रेखायुग्म, इन रेखाओं के बीच का कोण व अर्धकों के युग्म का समीकरण। समाकोणीय कार्तीय निर्देशांकों में शांकव के मानक समीकरण व परामितीय समीकरण द्विघात व्यापक समीकरण द्वारा रेखायुग्मा, वृत्त, परवलय, दीर्घवृत्त व अतिपरवलय निरूपित करने के प्रतिबन्ध। मूल बिन्दु व अक्षों के स्थान्तरण की सहायता से वृत्त, परवलय, दीर्घवृत्त व अतिपरवलय के मानक समीकरण प्राप्त करना स्पर्शी व अभिलम्ब छेदक रेखा का शांकव से प्रतिच्छेन, सीमान्त स्थिति में इसके स्पर्शी होने का प्रतिबन्ध स्पर्श करने का प्रतिबन्ध स्पर्शियों के प्रचलिक समीकरण, प्रवणता के पदों में स्पर्शियों का समीकरण, बाध्य बिन्दु से शांकव पर स्पर्शी युग्म। ध्रुवीय निर्देशांकों (द्विविमीय) में शांकव के मानक समीकरण, गोले, शंकु, बेलन, केन्द्रीय शांकवज व त्रिविमीय कार्तीय निर्देशांकों में मानक समीकरण व इनके प्रारंभिक गुण।

त्रिकोणमितीय:—त्रिकोणमितीय समीकरण, त्रिभुज का हल परिगत, अन्त एवं बाह्य वृत्तों की त्रिज्याएं और गुण, ऊँचाई और दूरी, प्रतिलोम वृत्तीय फलम के साधारण गुण, सम्मिश्र संख्याओं के योग और गुणनफल, मापांक कोणांक रूप, हर का परिमेयीकरण डिमाइवर प्रमेय और इसका प्रयोग। इकाई के मूल सम्मिश्र संख्याओं के फलन—चरघाताकीय, वृत्तीय, हाइपरबोलिक लघुगणकीय, व्यापक चरघाताकीय, प्रतिलोम हापरबोलिक फलन—वास्तविक व अधिककल्पित भागों में पृथक्करण।

कलन: अ—अवकल गणित फलन: परिभाषा व आरेख, फलन की सीमा एक बिन्दु पर व एक अन्तराल में फलन का सातत्य संवृत्त अन्तराल पर सतत फलनों की सामान्य विशेषताएँ। फलन का अवकलन बीजीय, त्रिकोणमितीय, चरघाताकीय व लघुगणीकीय फलनों का अवकलन, फलन के फलन का अवकलन, स्पर्श रेखा व अभिलम्ब, एक चरराशि के फलन के उच्चिष्ठ व निम्नष्ठ।

फलनों के अनिवार्य रूप की सीमा, एल. हास्पिटल का नियम, एक बिन्दु पर फलन की अवकलनीयता, संयुक्त व प्रतिलोम फलनों के अवकलन, रॉल का प्रमेय मध्यमान प्रमेय, टेलर्स प्रमेय उत्तरोत्तर अवकलन, लिब्निट्ज प्रमेय, मैक्लारिन व टेलर की श्रेणियां क्रान्तिक बिन्दु आंशिक अवकलन, अनन्यस्पर्शी वक्रता द्विक और वक्रों का अनुरेखण।

ब—समाकल गणित:—खण्डशः तथा प्रतिस्थापन से समाकलन, आंशिक भिन्नों से समाकलन, निश्चित समकलन। निश्चित समाकलन के प्रयोग से समतलीय वक्रों के अनतर्गत क्षेत्रफल ज्ञात करना तथा गोले, शंकु व बेलन के आयतन व

(vii)

पृष्ठ ज्ञात करना, निश्चित समाकलन योग की सीमा के रूप में, परिक्रमण पिण्ड पर चाप कलन व क्षेत्रकलन।

स-अवकल समीकरण: अवकल समीकरण बनाना, अवकल समीकरण के प्रकार, अवकल समीकरण की घात व कोटि, गुत्वाधीन सरल रेखीय गति के उदाहरणों में निम्नलिखित प्रकार की अवकल समीकरणों को हल करना।

$$(i) \frac{dy}{dx} = f(x) \quad (ii) \frac{dy}{dx} = f(x)(y) \quad (iii) \frac{dy^2}{dx^2} = f(x)$$

प्रथम घात व प्रथम कोटि के साधारण अवकल समीकरण अचर गुणकों वाले रेखीय अवकल समीकरण, समघात रेखीय अवकल समीकरण, अवकल समीकरण जो प्रथम कोटि के हैं किन्तु प्रथम घात के नहीं हैं, विचित्र हल, संक्षेदी। प्रथम कोटि के रेखीय आंशिक अवकल समीकरणों की उत्पत्ति, $Pp + Qq = h$ के लिए लैंगरॉन्ज की विधि, दो स्वतंत्र चर राशियों के लिए लैंगरॉन्ज विधि। प्रथम कोटि के चरगुणांकों वाले अरेखीय आंशिक अवकल समीकरणों को हल करने की शारपिट की विधि $Rr + Ss + Tt = v$ प्रकार के द्वितीय कोटि के आंशिक अवकल समीकरणों को हल करने की मूंगे की विधि। विहित रूप या कैनॉनिकल रूप।

सदिश विश्लेषण:—सदिशों के प्रकार, सदिशों के योग का त्रिभुज का नियम, दो सदिशों का संयोजन (बल, वेग, त्वरण) सदिशों का अन्तर-सापेक्ष वेग, दो सदिशों के अदिश व सदिश गुणन व इनका प्रयोग, तीन सदिशों के अदिश व सदिश गुणन व इनका प्रयोग। सरेखीय तथा समतलीय सदिशों का प्रतिबन्ध, तीन चरों के बिन्दु फलनों के ग्रेडिएन्ट, डाइवर्जेंन्स व कर्ल, डाइवर्जेंन्स व स्टोक्स के प्रमेयों का प्रयोग, तीन चरों के फलनों का अवकलन व समाकलन।

स्थिति विज्ञान: तीन बल लगे पिण्डों का संतुलन, समतलीय बल निकाय के अन्तर्गत संतुलन के सामान्य प्रतिबन्ध, गुरुत्व केन्द्र, कॉन कैटिनरी, स्थाई व अस्थाई संतुलन। दो व तीन दिशाओं में गुरुत्व केन्द्र ज्ञात करना।

गति विज्ञान: गुरुत्व के अधीन उर्ध्वाधन सममतल में प्रति प्रक्षेप्य की गति, कार्य, सामर्थ्य और ऊर्जा और संवेग, संरक्षण, चिकने पिण्डों का सीधा संघट्ट, जड़त्व आघूर्ण और जड़त्व के गुणनफल, प्रधान अक्ष-आघूर्णी दीर्घ वृत्तज डी एलम्बर्ट का सिद्धान्त।